$$\boxed{\Delta_R(t_1, t_2) = -A(t_1 - t_2)^2 \exp[-B(t_1 - t_2)^2]}$$

$$\boxed{A > 0,\ B > 0}$$

$$\Delta_R(t_1, t_2) = A\frac{\partial}{\partial B}\exp[-B(t_1 - t_2)^2]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt\ \Delta_R(t_1, t)\,\Delta_R(t, t_2)$$

$$= A^2\frac{\partial}{\partial B_1}\cdot\frac{\partial}{\partial B_2}\int_{-\infty}^{\infty} dt\ \exp[-B_1(t_1 - t)^2 - B_2(t - t_2)^2]$$

$$\underset{※}{=} A^2\frac{\partial}{\partial B_1}\cdot\frac{\partial}{\partial B_2}\sqrt{\frac{\pi}{B_1 + B_2}}\ \exp\frac{-B_1B_2(t_1 - t_2)^2}{B_1 + B_2}$$

$$= \frac{A^2}{16}\sqrt{\frac{\pi}{2B}}\left\{\left[(t_1 - t_2)^2 - \frac{1}{B}\right]^2 + \frac{2}{B^2}\right\}\exp\frac{-B(t_1 - t_2)^2}{2}$$

B_1, B_2 で偏微分した後、$B_1 = B$, $B_2 = B$ を代入した。
※ではガウス積分を使った。

$$V[\chi] = \frac{\hbar^2}{8m\alpha^2}A^2\sqrt{\frac{\pi}{2B}}\int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2\ \chi(t_1)\chi(t_2)$$

$$\times\left\{\left[(t_1 - t_2)^2 - \frac{1}{B}\right]^2 + \frac{2}{B^2}\right\}\exp\frac{-B(t_1 - t_2)^2}{2}$$