

宇田方程式の厳密解(2)

www.GrammaticalPhysics.ac

宇田雄一

Exact Solution of Uda Equation (2)

www.grammaticalphysics.ac

Yuichi Uda

私が日本物理学会 2007 年春季大会 28pSL-11 と日米物理学会合同 2006 年秋季大会で原型を発表し日本物理学会 2011 年秋季大会 16pSC-2 で変型を発表した宇田方程式(日本物理学会 2014 年秋季大会 20pSE-2 より前はこれを私は新文法版シュレディンガー方程式と呼んでいた)は、ポテンシャルエネルギー項 V がゼロの場合に、次式で定義される汎関数 Φ を解に持つ。(δ 関数部分が時間方向のエンタングルを表している)

$$\Phi[\chi] = \delta\left(\lim_{b \rightarrow \infty} \lim_{a \rightarrow -\infty} \left[\chi(b) - \chi(a) - \frac{p}{2m}(b-a)\right]\right) \exp\left\{\frac{i\alpha}{\hbar} p \int_{-\infty}^{\infty} dt F_t[\chi]\right\}$$

ただし、 F_t は以下の条件で定義される汎関数だ。

$$\chi(t) = t \alpha[\chi] + \beta[\chi] + F_t[\chi] \quad \text{and} \quad \lim_{t \rightarrow \pm\infty} F_t[\chi] \rightarrow 0$$

この条件は 3 つの汎関数 α, β, F_t とそれらの定義域を同時に定義する。旧文法版量子力学では $\psi(x,t) = \exp[(i/\hbar)(px - Et)]$ で定義される波動関数 ψ がシュレディンガー方程式の解に成り得た。それは $\exp[-(i/\hbar)Et]$ という位相因子のおかげだ。旧文法でのこの波動関数に対応する新文法での汎関数は $\Phi_0[\chi] = \exp\{(i\alpha/\hbar) \int_{-\infty}^{\infty} dt [p\chi(t) - Et]\}$ で定義される Φ_0 であり、この Φ_0 においては旧文法において上記の ψ を解たらしめた位相因子 $\exp[-(i/\hbar)Et]$ に相当する部分が $\exp[(i\alpha/\hbar) \int_{-\infty}^{\infty} dt (-Et)]$ という位相因子として括り出されてしまう(汎関数全体に掛かり χ に依存しない、スッポ抜ける)から Φ_0 を宇田方程式の解にする働きを全くしない。そのせいで Φ_0 は宇田方程式の解に成らない。これを教訓にして私は、旧文法の解に対応する新文法の汎関数は宇田方程式の解に成らない、と長く考えて来た。しかし、宇田方程式を作成する時には、旧文法の解に対応する新文法の汎関数が宇田方程式の解に成る様に、との指導原理を置きそれに頼った事、を最近思い出し、やはり旧文法の解に対応する新文法の汎関数は宇田方程式の解に成るはずだ、との思いが強まった。そのおかげで、宇田方程式を $H\Phi=0$ と略記する時に $\Phi = \exp(\Lambda)$, $H\exp(\Lambda) = 0\exp(\Lambda)$ と表されるパターン以外には解は有り得ない、という今までの私の固定観念が打破され、 $\Phi = \delta(\Psi)\exp(\Lambda)$, $H\Phi = \Psi\Phi$ というパターンの解も有り得る事に気付いた。 $\Psi\delta(\Psi)=0$ だからだ。本稿の冒頭の式の δ 関数部分が表している時間方向のエンタングルを私は漸近定速エンタングルと名付ける。