21pSG-2　量子力学の新文法と観測問題

www.GrammaticalPhysics.ac　ウェブマスター　宇田雄一
New Quantum Grammar and Measurement Problem
www.GrammaticalPhysics.ac　Yuichi Uda

量子歴史を表すヨレ取り規格化された汎関数Φから遷移振幅を抽出する新しい文法規則、を試作したので、それを発表する。それは、1 次元系の量子力学の場合には、時刻 t_1 での位置測定の結果が x_1 だった場合に時刻 t_2 での位置測定の結果が x_2 に成る確率密度は以下の関数Γを使って $|\Gamma(x_2, t_2; x_1, t_1)|^2$ で与えられる、という文法規則だ。

$$\Gamma(x_2, t_2; x_1, t_1) \equiv \int D\chi\ \ \mathrm{dar}(x_2; t_2, t_2+1/\alpha)\Phi[\chi]\cdot\{\mathrm{dar}(x_1; t_1, t_1+1/\alpha)\Phi[\chi]\}^*$$

この関数Γは、既存の量子力学のグリーン関数に相当する。
$\mathrm{dar}(x; a, b)$は、汎関数を汎関数に写す演算子であり、以下の様に定義される。まず準備として、$\mathrm{dar}(x; a, b)_{\mathrm{pre}}$ を、次の様に定義する。

$$\{\mathrm{dar}(x; a, b)_{\mathrm{pre}}\Phi\}[\chi] = \Phi[\xi(\square, x)]$$

ただし、ξは、次の様に定義される関数だ。

$\xi(t, x) = \chi(t)$　$(t<a \text{ or } t \geqq b)$,
$\xi(t, x) = x$　$(a \leqq t < b)$,
$\xi(t, x)$ must be smoothened at $t = a$ and $t = b$.

この $\mathrm{dar}(x; a, b)_{\mathrm{pre}}$ を使って、$\mathrm{dar}(x; a, b)$を次の様に定義する。

$$\{\mathrm{dar}(x; a, b)\Phi\}[\chi_{(a,b)}] = \{\mathrm{dar}(x; a, b)_{\mathrm{pre}}\Phi\}[\chi]$$

ただし、$\chi_{(a,b)}$は、次式で定義される関数だ。

$\chi_{(a,b)}(t) = \chi(t)$　$(t<a)$,
$\chi_{(a,b)}(t) = \chi(t + (b-a))$　$(t \geqq a)$.

私は、この演算子 $\mathrm{dar}(x; a, b)$を「ダルマ落とし演算子」と名付けた。
ヨレ取り規格化は、$\Phi[\chi] = \Sigma_j \exp[\alpha \int dt\ \phi_j(\chi(t), t)]$という形の特殊な汎関数Φに対しては、

$$\int dx\ [\exp\ \phi_j(x, t)]^*\ \exp\ \phi_j(x, t) = 1,$$
$$(\partial/\partial\varepsilon)\int dx\ [\exp\ \phi_j(x, t)]^*\ \exp\ \phi_j(x, t+\varepsilon)\ |_{\varepsilon=0} = 0$$

という条件で定義される。$\exp\ \phi'_j$ を旧シュレディンガー方程式の解とし、H を旧ハミルトニアンとするとき、この条件は、

$$\phi_j(x, t) = \phi'_j(x, t) + (i/\hbar)t\int dx'\ [\exp\ \phi'_j(x', t)]^*\ H\ \exp\ \phi'_j(x', t)$$

と置けば、満たされる。しかし、ヨレ取り規格化の一般的定義を作る事は、未解決の問題だ。【参考】日本物理学会 2011 年春季大会 25aGC-1