16pSC-2　新文法版シュレディンガー方程式の局時形式

www.GrammaticalPhysics.ac　　　宇田雄一
The New Grammar Version of Schrödinger Equation at Each Time
www.GrammaticalPhysics.ac　　　Yuichi Uda

関数χのグラフを時間軸方向にεだけ平行移動したものをグラフに持つ関数が$\chi(\square-\varepsilon)$だと考える代わりに、各tに対しての値を$\chi$(t)から$\chi(t-\varepsilon)$にズラす事を考えれば、つまり、横軸に沿った平行移動を縦軸方向の変分と捉え直せば、$\varepsilon\to 0$で、

$$\Phi[\chi(\square-\varepsilon)]-\Phi[\chi]=\int dt\ [\chi(t-\varepsilon)-\chi(t)]\frac{\delta}{\delta\chi(t)}\Phi[\chi]$$

だから、新文法版シュレディンガー方程式：

$$\frac{i\hbar}{\alpha}\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\Phi[\chi(\square-\varepsilon)]-\Phi[\chi]}{\varepsilon}=\int dt\left[\frac{1}{2m}\left(-\frac{i\hbar}{\alpha}\frac{\delta}{\delta\chi(t)}\right)^2+V(\chi(t))\right]\Phi[\chi]$$

は、次の形に書き換えられる。

$$-\frac{i\hbar}{\alpha}\int dt\,\dot{\chi}(t)\frac{\delta}{\delta\chi(t)}\Phi[\chi]=\int dt\left[\frac{1}{2m}\left(-\frac{i\hbar}{\alpha}\frac{\delta}{\delta\chi(t)}\right)^2+V(\chi(t))\right]\Phi[\chi]$$

この式の左辺を右辺に移項して平方完成すると、

$$0=\int dt\left[\frac{1}{2m}\left(-\frac{i\hbar}{\alpha}\frac{\delta}{\delta\chi(t)}-m\dot{\chi}(t)\right)^2-\frac{m}{2}[\dot{\chi}(t)]^2+V(\chi(t))\right]\Phi[\chi]$$

という式が得られる。作用汎関数Sを用いて書くと、

$$\left[\frac{1}{2m}\int dt\left(-\frac{i\hbar}{\alpha}\frac{\delta}{\delta\chi(t)}-m\dot{\chi}(t)\right)^2-S[\chi]\right]\Phi[\chi]=0$$

驚くべき事に、この式は、電磁場中の荷電粒子に対する旧量子力学のエネルギー固有値ゼロの定常状態を決める式の連続無限次元版といった形をしており、電磁場のベクトル・ポテンシャルの位置に古典運動量が、電磁場のスカラー・ポテンシャルの位置に作用汎関数が来ている。感動した。この事は、作用汎関数は新文法版量子論の何なのか(日本物理学会2010年春季大会20pBJ-1)という問題を考える上で大きなヒントに成ろう。古典運動量をベクトル・ポテンシャルとし作用汎関数をスカラー・ポテンシャルとする歴史空間上の場を、メタ・ゲージ場と名付けたい。