30pSF-8　　# 量子論の新文法のエネルギー不定性問題

宇田英才教室　　　　　　　　　　　　　　教室主　宇田雄一

Energy Ambiguity Problem of New Quantum Grammar

Uda School　　　　　　　　　　　　　　　　Yuuichi Uda

$E=p^2/(2m)$であるとき、$\Phi[\chi]=\exp\{(i/\hbar)\alpha\int dt[p\chi(t)-Et]\}$なる汎関数Φは、V=0 の場合の新文法版シュレディンガー方程式(日本物理学会 2007 年春季大会 28pSL-11)の形式的な解に成っており、既存の量子力学で$\phi(x,t)=\exp[(i/\hbar)(px-Et)]$なる時間に依存する波動関数$\phi$で表されるのと同じ量子歴史を表す。このΦを良く見てみると、E が全く何の役にも立っていないのではないか、という疑問が生じる。Et は t の奇関数だから$\int dt\ Et$を先に実行して$\int dt\ Et=0$としても良いのではないか、と思うからだ。もっと言うと、$\int dt\ f(t)=0$でなくても任意の関数 f に対して、$\Phi[\chi]=\exp[(i/\hbar)\alpha\int dt\ \ p\chi(t)]$なるΦと$\Phi[\chi]=\exp\{(i/\hbar)\alpha\int dt[p\chi(t)-f(t)]\}$なるΦは位相因子のみ異なるから同一の量子歴史を表す、と考えても良いのではないか、という疑問が生じる。とすれば、上記のΦは新文法版シュレディンガー方程式の解でありかつ解でない、という事に成りはしないか、という問題や、既存の量子力学の波動関数の時間への陽な依存性によって何らかの物理的な状況が表されている場合私の新文法ではそれを表現する術が無い、という事に成る、という問題が生じる。はたして、そうなのだろうか？必ずしもそうとは限らない、という事に私は気付いた。それは、E の項が入っている場合と入っていない場合とではΦの定義域が異なる、という点だ。$\Phi[\chi]=\exp\{(i/\hbar)\alpha\int dt[p\chi(t)-Et]\}$なるΦの定義域内の$\chi$に対しては$\int dt[p\chi(t)-Et]$が有限値と成らなければいけない。このような$\chi$は、$\int dt\ \ f(t)$が有限に成るような f を使って、$\chi(t)=f(t)+(E/p)t$ という形に書ける。一方、$\Phi[\chi]=\exp[(i/\hbar)\alpha\int dt\ \ p\chi(t)]$なるΦの定義域内の$\chi$に対しては$\int dt\ \chi(t)$が有限値と成らなければいけない。したがって、これら二つの定義域は、単に異なるだけでなく共通部分を全く持たない。定義域が異なるから$\Phi[\chi]=\exp[(i/\hbar)\alpha\int dt\ \ p\chi(t)]$なるΦと$\Phi[\chi]=\exp\{(i/\hbar)\alpha\int dt[p\chi(t)-Et]\}$なるΦは異なる、という風に考えてはどうか。$\Phi[\chi]=\exp\{(i/\hbar)\alpha\int dt[p\chi(t)-f(t)]$なるΦ一般についても、定義域を変えるような f には存在意義がある、と言えるのではないか。新文法版エーレンフェスト定理の証明(JPS2008 秋 23pSP-10)等の法則レベルの議論を定義域を考慮に入れた形に厳密化できれば、その考えには見込みがある。