講演番号　日本物理学会(年次／春季／秋季)大会講演概要集原稿

２６ｐＸＥ－７　グラスマン変数の表示

宇田英才教室　教室主　宇田雄一

Representation of Grassmann Variable

Uda's Special School　Yuichi Uda

グラスマン変数の具体的表示を構成することに成功したので発表します。表示とは何か、というと、群論で言うところの群の表現に相当するものです。群の表現は行列でしたが、グラスマン変数の表示は行列ではありません。しかし、僕の発表するグラスマン変数の表示は写像であるので、行列を線形写像と見なすならば、群の表現もグラスマン変数の表示も、写像であるという点において共通している、と言えます。さて本論。アイデアは至って簡単です。コロンブスの卵と言えるかもしれません。いきなりグラスマン変数の表示を考えず、まず、グラスマン変数の任意関数の表示を構成します。$g_1, g_2, \cdots, g_N$をグラスマン変数とするとき、これらの任意関数は一般には、

$$f(0)+\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{a_1=1}^{N}\cdots\sum_{a_n=1}^{N} f(a_1,\cdots,a_n)\,g_{a(1)}\cdots g_{a(n)}$$

と書き表すことが出来る。この関数の表示を f とする。すると、グラスマン変数の関数の表示の全体の集合は、定義域が

$$\begin{aligned}\{0\}&\cup\mathbb{N}\\ &\cup\mathbb{N}\times\mathbb{N}\\ &\cup\mathbb{N}\times\mathbb{N}\times\mathbb{N}\\ &\cup\mathbb{N}\times\mathbb{N}\times\mathbb{N}\times\mathbb{N}\\ &\cup\cdots\cdots\cdots\cdots\end{aligned}$$

の複素値関数全体の集合となる。ただし、$\mathbb{N}=\{1,\cdots,N\}$ とする。つまり、この集合はフォック表現の波動関数の空間である。さて、表現空間が決まれば、あとは、この空間内の任意の２つの元の間に和や差や積や等号を定義して、それらの元で表現されるグラスマン変数の関数どうしの和や差や積や等号が復元されるようにすれば良いだけだ。グラスマン変数の関数のグラスマン変数による微分と積分の表示も定義できる。積と等号と微分と積分の定義を発表する。それが出来れば、各グラスマン変数は、グラスマン変数の関数の特別な場合だから、これの表示を求めることは容易である。たとえばg_2の表示は $f(2)=1$ 以外の全ての成分が０であるような f である。表現ではなく表示という言葉を僕が用いるのはディラックの量子力学の教科書の日本語訳にならってのことである。