

例えば長さについて。長さの単位とは一つの長さであり、それを単位長さとも呼ぶ。単位長さを用いれば、様々な長さが単位長さの何倍であるかを言う事によって、あらゆる長さを数値化できる。この考え方が物理学公認の単位概念に対する理解だろうと私は思う。要するに $[cm] = 1[cm]$ であり、例えば $3.4[cm] = 3.4 \times [cm]$ という風に理解するわけだ。以上が単位概念に対する従来の理解の仕方だと私は思う。それに対して私の単位概念の理解の仕方はこれとは少し異なる。私の理解の仕方は、長さの単位である $[cm]$ を、非負実数全体の集合から長さ全体の集合への写像と見なすものだ。すなわち、普通 $3.4[cm]$ と書かれるところの長さを $cm(3.4)$ と見なすわけだ。関数(特殊な写像)である \sin が 3.4 という数を $\sin(3.4)$ という数に写すのと同様に $[cm]$ という単位は 3.4 という数を $cm(3.4) = 3.4[cm]$ という長さに写す。私は純数学的概念を物理概念に写す写像を「座標系」と呼ぶ事にしている。普通「単位」と呼ばれているところのものは特殊な座標系であり、長さの単位を私は「長さ座標系」と呼ぶ。さて座標系の概念を用いれば、物理法則を表す方程式は、物理理論を構成する純数学的構成因子と見なされ、方程式中に現れる変数や定数は純数学的概念であって単位や次元を伴わない。例を挙げると、普通「質量 m の質点に加えられている力の大きさが F に成った瞬間のその質点の加速度の大きさを a とすると $F = ma$ 」という形で述べられる物理法則も、座標系の概念を意識して書き直されると「質量 $m[kg]$ の質点に加えられている力の大きさが $F[N]$ に成った瞬間のその質点の加速度の大きさを $a[m/s^2]$ とすると $F = ma$ 」となる。前者においては、 m, F, a はいずれも物理量であり、それぞれ[質量]、[質量] \times [長さ] \div [時間]²、[長さ] \div [時間]² の次元を持っているとされるのに対して、後者においては m, F, a はいずれも単なる数であり、物理的意味を持たない。考え得るあらゆる物理法則を視野に入れる時には、明らかに前者よりも後者の立場をとるべきであり、そこで、もし $F = ma$ ではなく例えば $F = a \ln(1+m)$ が成り立つのだ、なんて事になれば次元解析は破綻する。次元解析は物理の必然ではない。また、次元付き定数の混入を許せば次元解析は物理法則に対して全く制限に成らぬ。